View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

brought to you by CORE

『海島算経』訳注[†]稿（2）

田　村　　　誠[†]・張　替　俊　夫[†]

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、角谷　常子

田村　誠、馬場　理恵子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of “The Sea Island Mathematical Manual（海島算経）” Vol. 2

TAMURA Makoto and HARIKAE Toshio

Abstract

“The Sea Island Mathematical Manual” was written by Liu Hui（劉徽）as an appendix to “The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Li Chunfeng（李淳風）from the viewpoint of our previous work on “The Nine Chapters on the Mathematical Art.”

This is the second article based on our research and results in which we studied the problems 5 to 9.

『海島算経』は『九章算術』の補遺として劉徽によって著された。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『海島算経』の李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

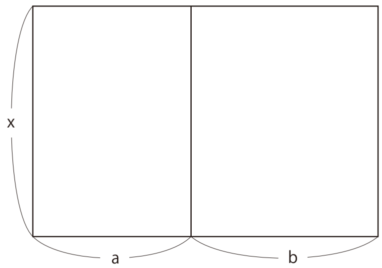
[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 18K00269.

† 大阪産業大学 全学教育機構 教授

草 稿 提 出 日　11月２日
最終原稿提出日　11月14日

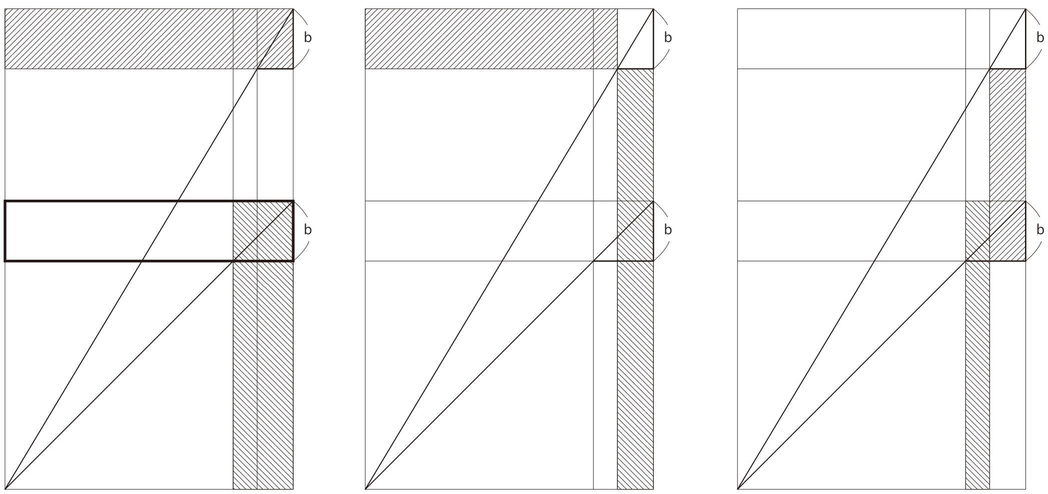
本論文では、『海島算経』の算題［五］～［九］に対する訳注を与える。

算題［五］～［九］は、それまでの算題［一］～［四］を応用した算題となっている。そこで、この後用いられる考え方をまとめておく。



まず､長方形が２つの長方形に分割されているとき、例えば図のような状況であるとき、２つの面積の比は底辺の長さの比であり、したがって左側の長方形の面積を$\frac{a+b}{a}$倍すると全体の長方形の面積になることは用いられている。このように長方形の一辺（高さ）を固定すると、面積の比は底辺の長さの比に等しいということは『九章算術』句股章の算題［一五］の劉注でも用いられており、それが相互の面積を換算するのに使われたとしても妥当性があると考えられる。

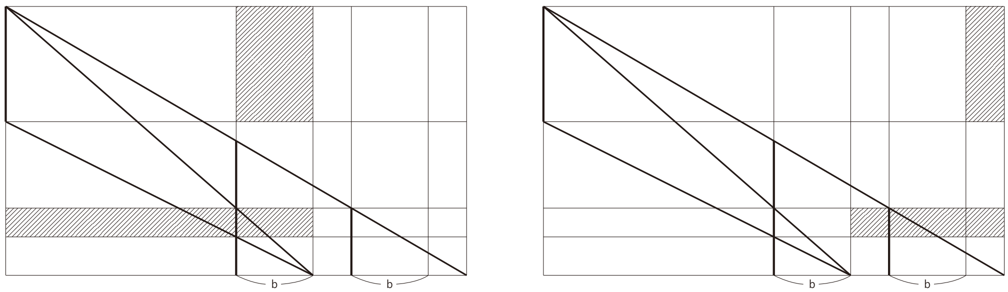
また、『九章算術』句股章の算題［一七］～［二四］では、ユークリッド『原論』第一巻の命題43に相当する性質を利用して、劉徽は解法を説明していた。下の中図では、斜線で示された２つの長方形の面積は等しい。さらに左図では、斜線で示された２つの長方形の面積はそれぞれ太枠で囲まれた長方形の面積と等しいので等しい。



算題［四］図

『海島算経』の算題［四］では、上の左図から中図の長方形を引いて整理することで、右図の斜線で示された２つの長方形の面積が等しいことを導いていた。

また、算題［二］は、下の左図の斜線で示された２つの長方形の面積が等しいことを用い、さらに右図の場合でも等しいことを示すものであった。



算題［二］図

［五］今有登山望樓、樓在平地。偃矩山上、令句高六尺。從句端斜望樓足、入下股一丈二尺。又設重矩於上、令其間相去三丈。更從句端斜望樓足、入上股一丈一尺四寸。又立小表於入股之會、復從句端斜望樓岑端、入小表八寸。問樓高幾何。
答曰、八丈。
術曰、上·下股相減、餘爲法。置矩間、以下股乘之、如句高而一。所得以入小表乘之爲實。實如法而一、即是樓高[8]。

訓読：今山に登り楼を望む有り、楼は平地に在り。矩を山上に偃せ、句高をして六尺たらしむ。句の端従(よ)り斜めに楼の足を望めば、下股一丈二尺に入る。又た重矩を上に設けて、其の間をして相い去らしむること三丈。更に句の端従り斜めに楼の足を望めば、上股一丈一尺四寸に入る。又た小表を股に入るの会に立て(36)、復た句の端従り斜めに楼の岑端を望めば、小表八寸に入る。問う、楼高は幾何ぞ。

答に曰く、八丈。

術に曰く、上·下股は相減じ、余を法と為す。矩の間を置き、下股を以て之に乗じ、句高の如くして一とす。得る所は小表に入るを以て之に乗じて実と為す。実、法の如くして一とすれば、即ち是れ楼高なり(37)。

注：(36)「股に入るの会」とは、次注で定める図５－１において、観測線GBと上股の直線FHの交点Hのこと。「小表を股に入るの会に立て」とは、Hにおいて表（観測棒）を

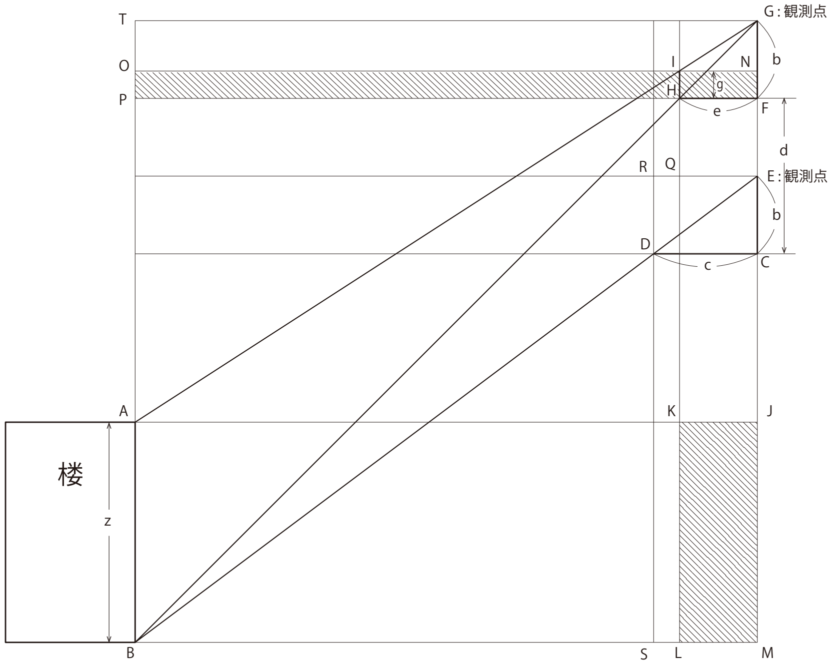


図５－１

立てることをいう。

(37) 句の高さを b＝CE＝FG、矩の隔たりを d＝CF、下股に入る長さを c＝CD、上股に入る長さを e＝FH、小表に入った長さを g＝HI、楼の高さを z＝AB とする。**図５－１**参照。

このとき算題［二］の左図より、**図５－１**の斜線で示された２つの長方形の面積は等しい。すなわち NOPF＝ JKLM＝ze である。

一方、算題［四］より**図５－２**の斜線で示された２つの長方形の面積もまた等しく、長方形QRSLの面積は de となる。太枠で示された長方形GTPFとERSMの面積も等しいので

$$\mathrm{GTPF}=\mathrm{ERSM}=\mathrm{QRSL}\times\frac{c}{c-e}=de\times\frac{c}{c-e}$$

$\mathrm{NOPF}=\mathrm{GTPF}\times\dfrac{g}{b}$ であるから、

$$ze=\mathrm{NOPF}=\mathrm{GTPF}\times\frac{g}{b}=de\times\frac{c}{c-e}\times\frac{g}{b}$$

が成り立つ。比の部分を無視すれば、両辺とも e を一辺とする長方形の面積を元に表されているのでこれを約して

$$z=d\times\frac{c}{c-e}\times\frac{g}{b}$$

が得られる。この式が「上・下股は相減じ、余 $(c-e)$ を法と為す。矩の間 (d) を

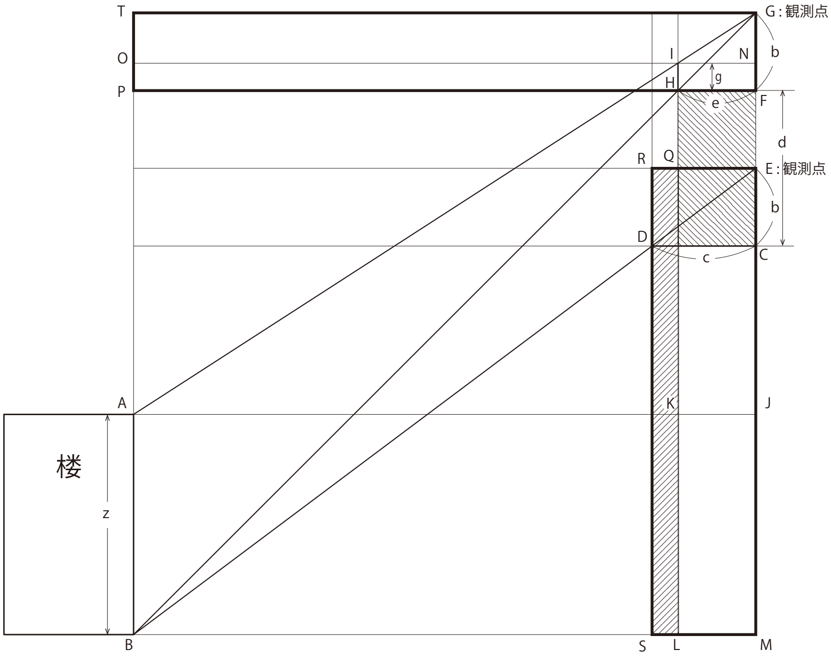


図５－２

置き、下股（c）を以て之に乗じ、句高（b）の如くして一とす。得る所、小表に入る（g）を以て之に乗じ、実と為す。実法の如くして一とすれば、即ち是れ楼高（z）なり」である。具体的な計算は、b = ６尺、c = １丈２尺、e = １丈１尺４寸、d = ３丈、g = ８寸なので、

$$z=\frac{\frac{dc}{b}\times g}{c-e}=\frac{\frac{300\times 120}{60}\times 8}{120-114}=800$$

となり、800寸すなわち８丈が答となる。

訳：今山に登り楼を望むことがあり、楼は平地にある。山上に定規を伏せ、句高を６尺とする。句の端より楼の足元を斜めに望めば、下股の１丈２尺の目盛の所に見える。また別の定規をその上に設けて、定規の間隔を３丈とする。さらにこの定規の句の端より楼の足元を斜めに望めば、上股の１丈１尺４寸の目盛の所に見える。小表を楼の足元を見て上股の端と交わった所に立て、また句の端より楼の上端を斜めに望めば、小表の８寸の所に見える。問う、楼の高さはいくらか。

答にいう、８丈。

術にいう、下股から上股を引いて、その差を法とする。定規の間隔に下股を掛けて、

句の高さで割る。得た数に小表に入る長さを掛けて実とする。実を法で割ると楼の高さが得られる。

［8］淳風等按、此術、置下股、以上股相減、餘六寸、以爲法。又置矩間、以下股乘之、得三萬六千寸。以句高六尺除之、得六百寸。以入小表乘之、得四千八百寸。以法除之、得八百寸。退位（一）［二］[一] 等、卽是樓高八丈也。

校訂：［一］ここでは、数値の桁を２つ下げて寸を二つ上の単位の丈に換算している。したがって「一」は「二」の誤り。

訓読：淳風等按ずるに、此の術、下股を置き、上股を以て相減ずれば、余りは六寸、以て法と為す。又た矩間を置き、下股を以て之に乗ずれば、三万六千寸を得。句高六尺を以て之を除けば、六百寸を得。小表に入るを以て之に乗ずれば、四千八百寸を得。法を以て之を除せば、八百寸を得。位二等を退くれば、即ち是れ楼高八丈也。

訳：淳風等按じますに、この術は下股を置いて、これから上股を引くと、余りは６寸でこれを法とする。また定規の間隔を置き、下股をこれに掛け、36000寸を得る。その句の高６尺でこれを割ると、600寸を得る。小表に入る長さをこれに掛けると、4800寸を得る。法でこれを割ると、800寸を得る。数値の桁を２つ下げ（寸を丈に換算す）れば、これが楼の高さ８丈である。

［六］今有東南望波口。立兩表南北相去九丈、以索薄地連之。當北表之西卻行去表六丈。薄地遙望波口南岸、入索北端四丈二寸。以望北岸、入前所望表裏一丈二尺。又卻後行、去表一十三丈五尺。薄地遙望波口南岸、與南表參合。問、波口廣幾何。
答曰、一里二百步。
術曰、以後去表乘入索、如表相去而一。所得以前去表減之、餘以爲法。復以前去表減後去表、餘以乘入所望表裏爲實。實如法而一、得波口廣[9]。

訓読：今東南に波口(38)を望む有り。両表を南北に立て相去ること九丈、索を以て地に薄(せま)り(39)之を連ぬ。北表の西に当りて却行し表を去ること六丈。地に薄りて遥かに波口の南岸を望めば、索の北端四丈二寸に入る。以て北岸を望めば、前に望む所の表の裏(うち)に(40)入ること一丈二尺。又た却って後ろに行き、表を去ること一十三丈五尺。地に薄り遥かに波口の南岸を望めば、南表と参合す(41)。問う、波口の広は幾何ぞ(42)。

答に曰く、一里二百歩。

術に曰く、後に表を去るを以て索に入るに乗じ、表相去るの如くして一とす。得る

所は前に表を去るを以て之より減じ、余は以て法と為す。復た前に表を去るを以て後に表を去るより減じ、余は以て望む所の表の裏(うち)に入るに乗じて実と為す。実、法の如くして一とすれば、波口の広を得[43]。

注：(38)「波口」は河口。

(39)「薄」は「迫」、注 (16) 参照。

(40)「裏」は「内向きに」の意。

(41)「參合」は視点と波口の南岸と南表が一直線になることをいう。注（７）、（８）参照。

(42) 本題は、東南方向にあって南北に広がる河口の幅を測量により求める問題で、算題［二］の応用問題である。すなわち、河口の南岸をA、北岸をB、北表をC、南表をD、北表の西６丈をEとし、南北の表間CDと観測線EA、EBとの交点をそれぞれF、Gとし、北表の西13丈５尺をHとする。**図６**参照。a = CD、b = CE、c = CF、d = FG、e = CHからz = ABを求める算題である。

(43) 算題［三］でいう「景差」HIをfとおく。注 (27) 参照。fはDC×HI＝FC×CHであることから、$\mathrm{HI}=\dfrac{\mathrm{FC}\times\mathrm{CH}}{\mathrm{DC}}$すなわち$f=\dfrac{ce}{a}$で求められる。これが「後に表を去る ($e$) を以て索に入る ($c$) に乗じ、表相去る ($a$) の如くして一とす」である。算題［二］の結果（右図）より、**図６**の斜線で示された２つの長方形の面積は等しく、$z\,(f-b)=d\,(e-b)$ が成り立つ。したがって$z=\dfrac{d\,(e-b)}{f-b}$となる。これの「法」すなわち分母は「前に表を去る (b) を以て之 ($f=\dfrac{ce}{a}$) より減じ」た「余」であり、「実」

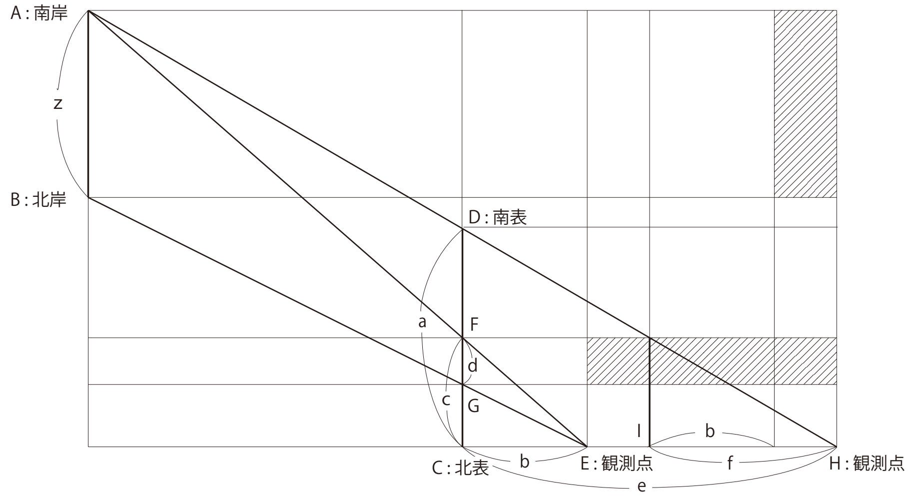


図６

すなわち分子は「前に表を去る（b）を以て後に表を去る（e）より減じ、余は以て望む所の表を裏に入る（d）に乗じ」である。術に従った具体的な計算は、後の李注［９］で述べられている。注（44）～（46）参照。

訳：今東南に河口を望んでいる。２つの表を南北に９丈離して立て、索を地に着けてこれらを連ねる。北表から西に向いて河口から６丈遠ざかる。地面に迫って遥かに河口の南岸を望むと、索の北端から４丈２寸のところに入る。北岸を望むと、前に表を望んだ所から内向きに１丈２尺のところに入る。また後ろに下がって、表から13丈５尺離れる。地面に迫って遥かに河口の南岸を望むと、南表は観測地点と南岸との３つで一直線になった。問う、河口の幅はどれほどか。

答にいう、１里200歩。

術にいう、後で表を離れる距離を索を入った長さに乗じ、２つの表の間隔で割る。得られたものは、先に表から離れた距離を減じて、残りは法とする。また先に表から離れた距離を後に表から離れた距離より減じ、残りは先に表を望んだ所から内向きに入った長さに乗じて実とする。実を法で割れば河口の幅が得られる。

［９］淳風等按、此術、置後去表、以乘入索四百二寸、得五十四萬二千七百寸。以兩表相去除之、得六百三寸。又以前去表六百寸減之、餘有三寸、爲法。又置前・後郤行去表寸數相減、餘以乘入望表裏一百二十寸得九萬寸、爲實 [一]**。以法除之、得三萬寸。以步里除之、得一里。餘以步法除之、得二百步。卽是波口廣一里二百步也。**

校訂：［一］原文では「爲實」の２字は後文の「以法除之、得三萬寸」の後にある。文意より前後を入れ換える。

訓読：淳風等按ずるに、此術、後に表を去るを置き、以て索に入るの四百二寸に乗ずれば、五十四万二千七百寸を得。両表相去るを以て之を除けば、六百三寸を得。又た前に表を去るの六百寸を以て之より減ずれば、余は三寸有りて、法と為す (44)。又た前・後に却行し表を去るの寸数を置きて相減ずれば、余は以て望む表の裏に入るの一百二十寸に乗じて九万寸を得、実と為す (45)。法を以て之を除せば、三万寸を得。歩里を以て之を除せば一里を得。余は歩法を以て之を除せば、二百歩を得。即ち是れ波口の広一里二百歩也 (46)。

注：（44）法は $\dfrac{ce}{a}-b=\dfrac{1350\times402}{900}-600=\dfrac{542700}{900}-600=603-600=3$（寸）である。

（45）実は $d\times(e-b)=120\times(1350-600)=90000$（寸）である。

（46）「歩里」は１（歩）＝60（寸）および１（里）＝300（歩）＝18000（寸）のこと。注（24）

参照。「歩法」は、後の注（56）に合わせれば「寸歩之法」で寸を歩に換算するときの法（分母）のこと。1（歩）＝6（尺）＝60（寸）であるから、60のことである。注（25）参照。波口は90000÷3＝30000（寸）＝1（里）200（歩）となる。

訳：淳風等按じますに、此術は、後に表を離れる寸数を置いて、それを索に入る402寸に乗じれば、542700寸が得られる。2つの表の間隔でこれを割れば、603寸が得られる。また前に表を離れる600寸をこの603寸から引けば、残りは3寸であり、法とする。また前と後で下がって表を離れる寸数を置いて差をとれば、残りは表を望んだところから内向きに戻った120寸に乗じて90000寸を得て、実とする。法でこれを割れば、30000寸を得る。歩里の数（1800）でこれを割れば、1里が得られる。残りは歩法の数（60）でこれを割れば、200歩が得られる。すなわち波口の幅は1里200歩である。

［七］今有望清淵。淵下有白石。偃矩岸上、令句高三尺。斜望水岸、入下股四尺五寸。望白石、入下股二尺四寸。又設重矩於上、其間相去四尺。更從句端斜望水岸、入上股四尺。以望白石、入上股二尺二寸。問、水深幾何。

答曰、一丈二尺。

術曰、置望水上・下股相減、餘以乘望石上股爲上率。又以望石上・下股相減、餘以乘望水上股爲下率。兩率相減、餘以乘矩間爲實。以二差相乘爲法。實如法而一、得水深。

（又術、列望水上・下股及望石上・下股、相減、餘并爲法。以望石下股減望水下股、餘以乘矩間爲實。實如法而一、得水深）[一][10]。

校訂：［一］後注（50）に述べるように、この「又術」は誤り。3）では龔瀹が「後人の残入の可能性がある」と指摘すると言う。今これに従い「又術」以下の45字を削る。

訓読：今清淵を望む有り。淵の下に白石有り。矩を岸上に偃せ(47)、句高をして三尺たらしむ。斜めに水岸を望めば、下股に入ること四尺五寸。白石を望めば、下股に入ること二尺四寸。又た重矩を上に設け、其の間相い去ること四尺。更に句端從り斜めに水岸を望めば、上股に入ること四尺。以て白石を望めば、上股に入ること二尺二寸。問う、水深は幾何ぞ(48)。

答に曰う、一丈二尺。

術に曰う、水を望む上・下の股を置き相い減じ、余は以て石を望むの上股に乗じて上率と為す。又た石を望むの上・下の股を以て相い減じ、余は以て水を望むの上股に

乗じて下率と為す。両率相い減じ、余は以て矩間に乗じて実と為す。二差を以て相い乗じ法と為す。実、法の如くして一とすれば水深を得 (49)。

（又た術に、水を望むの上・下の股及び石を望むの上・下の股を列し、相い減じ、余は并せて法と為す。石を望むの下股を以て水を望むの下股より減じ、余は以て矩間に乗じて実と為す。実、法の如くして一とすれば水深を得）(50)。

注： (47) 矩はここではL字型の定規、さしがね。定規の縦の部分を「句」､横の部分を「股」と呼んでいる。「偃」は伏せるの意。岸壁の上に句が鉛直になるように定規を設置することを言っている。注 (30)、(31) 参照。

(48) 本題は算題［四］の応用問題で、水岸と白石それぞれについて算題［四］と同じ状況になっている。岸壁から水平方向も鉛直方向もそれぞれ異なる２点を測量し、鉛直方向の差 (＝水深) を求める問題である。**図７**参照。

(49) 句の高さを b＝CD＝FG、矩の間隔を d＝CFとする。岸壁と水岸の高さの差を y_1＝B_1C、水岸を望んで下股に入った長さを c_1＝E_1C、同じく上股に入った長さを e_1＝H_1Fとすると、水岸について算題［四］より $(y_1+b)(c_1-e_1)=de_1$であり、

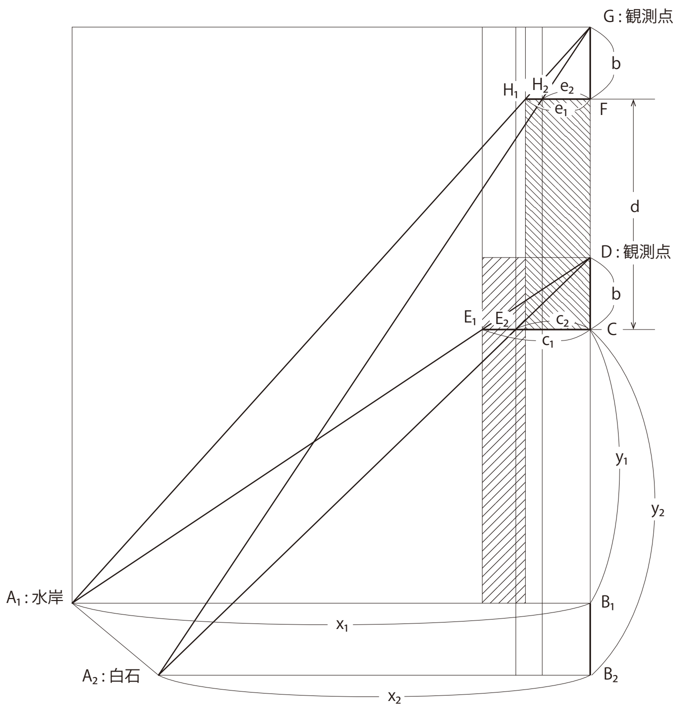


図７

したがって$y_1+b=\dfrac{de_1}{c_1-e_1}$となる。白石についても同様に、岸壁と白石の高さの差を$y_2=B_2C$、白石を望んで下股に入った長さを$c_2=E_2C$、同じく上股に入った長さを$e_2=H_2F$とすると、算題［四］より$y_2+b=\dfrac{de_2}{c_2-e_2}$となる。

水深$y_2-y_1=(y_2+b)-(y_1+b)$は

$$(y_2+b)-(y_1+b)=\frac{de_2}{c_2-e_2}-\frac{de_1}{c_1-e_1}=\frac{d\{e_2(c_1-e_1)-e_1(c_2-e_2)\}}{(c_1-e_1)(c_2-e_2)}$$

となる。これが第一の解法として述べられているものである。ここで「二差」とは「水を望む上･下の股を置き相い減じ」(c_1-e_1)と「石を望む上･下の股を以て相い減じ」(c_2-e_2)のこと。本題では、寸を単位として$b=30$、$c_1=45$、$c_2=24$、$d=40$、$e_1=40$、$e_2=22$であるから、

$$y_2-y_1=\frac{40\{22(45-40)-40(24-22)\}}{(45-40)(24-22)}=\frac{40\{22\times5-40\times2\}}{5\times2}=120\text{（寸）}$$

と求まる。

(50) 別術として$y_2-y_1=\dfrac{d(c_1-c_2)}{(c_1-e_1)+(c_2-e_2)}=\dfrac{40(45-24)}{(45-40)+(24-22)}=\dfrac{40\times21}{7}=120$とすればよいと述べているが、この方法は偶然数値が合っているだけで誤りである。

訳：今清い淵を望む。淵の底には白石が有る。岸上に定規を伏せ､句の高さを３尺とする。斜めに対岸を望むと､下の定規の股の４尺５寸入ったところに見える。白石を望むと、下の定規の股の２尺４寸入ったところに見える。またもう１つの定規をその上に設け、上下の定規の間を４尺離す。さらに句の端から斜めに水岸を望むと、上の定規の股の４尺入ったところに見える。白石を望むと、上の定規の股の２尺２寸入ったところに見える。問う、水深はどれほどか。

答にいう、１丈２尺。

術にいう、水岸を望む方の上・下の股の長さを置いて互いの差をとり、残りは石を望む方の上の股の長さに乗じて上率とする。また石を望む方の上・下の股の長さの差をとり、残りは水を望む上の股の長さに乗じて下率とする。両方の率の差をとり、残りは定規の間隔に乗じて実とする。股の長さの差２つを乗じて法とする。実を法で割れば水深が得られる。

［10］淳風等按、此術、以望水上･下股相減、餘五寸、以乗望石上股二十二寸、得一百一十寸。卽是上率。又置望石上股、減望石下股、餘有二寸、以乗望水上股四十寸得八十寸。卽是下率。二率相減餘有三十寸、以乗矩間四十寸、得一千二百寸爲實。又以二差二・五相乗得十爲法。除實、退位二等、卽是水深一丈二尺也。

（又術、置望水上股、以望水下股減之、餘有五寸。置望石下股、以望石上股減之、餘有二寸。

幷之得七寸、以爲法。又以望石下股、以望水下股減之、餘有二十一寸。以乘矩間四十寸得八百四十寸、以爲實。以七寸爲法。除之、得一百二十寸。退之得一丈二尺、卽是水深也）[一]。

校訂：［一］算題［七］本文の校訂と注(50)に従い、「又術」以下は訓読・訳を行なわない。

訓読：淳風等按ずるに、此術、水を望むの上・下の股を以て相減ずれば余は五寸、以て石を望むの上股二十二寸に乗じて一百一十寸を得。即ち是れ上率。又た石を望むの上股を置きて石を望むの下股より減ずれば、余二寸有り、以て水を望むの上股四十寸に乗ずれば、八十寸を得。即ち是れ下率。二率相減ずれば余三十寸有り、以て矩間四十寸に乗じて一千二百寸を得て実と為す。又た二差の二・五を以て相乗じて十を得て法と為す。実を除し、位二等を退けば、即ち是れ水深一丈二尺也。

訳：淳風等按じますに、この術は、水を望む上・下の股の長さを互いに減ずれば差は５寸で、これを石を望む上股22寸に乗じて110寸が得られる。すなわちこれが上率である。また石を望む上股を石を望む下股より引けば、残りは２寸であるが、これを水を望む上股40寸に乗じて80寸が得られる。すなわちこれが下率である。２つの率は互いに減ずれば差は30寸であり、これを定規の間隔40寸に乗ずれば1200寸が得られて、これを実とする。また、石･水２つで求めた差である２と５を互いに乗ずれば10が得られて、これを法とする。実を法で割り、位を２つ下げれば、これが水深１丈２尺となる。

［八］今有登山望津。津在山南。偃矩山上、令句高一丈二尺。從句端斜望津南岸、入下股二丈三尺一寸。又望津北岸、入前望股裏一丈八寸。更登高巖、北卻行二十二步、上登五十一步、偃矩山上。更從句端斜望津南岸、入上股二丈二尺。問、津廣幾何。

答曰、二里一百二步。

術曰、以句高乘下股、如上股而一。所得以句高減之、餘爲法。置北行、以句高乘之、如上股而一。所得以減上登、餘以乘入股裏爲實。實如法而一、卽得津廣[11]。

訓読：今山に登りて津を望む有り(51)。津は山の南に在り。矩を山上に偃せ、句高をして一丈二尺たらしむ。句端従り斜めに津の南岸を望めば、下股に入ること二丈三尺一寸。又た津の北岸を望めば、前に望むの股の裏(うち)に入ること一丈八寸。更に高岩(52)に登るに、北に却行すること二十二歩、上に登ること五十一歩、矩を山上に偃す。更に句端従り斜めに津の南岸を望めば、上股に入ること二丈二尺。問う、津の広は幾何ぞ(53)。

答に曰う、二里一百二歩。

術に曰う、句高を以て下股に乗じ、上股の如くして一とす。得る所は句高を以て之

より減じ、余は法と為す。北行を置き、句高を以て之に乗じ、上股の如くして一とす。得る所は以て上に登るより減じ、余は以て股の裏に入るに乗じて実と為す。

実、法の如くして一とすれば、即ち津の広を得(54)。

注：(51)「津」は渡し場。ここでは眼下に横たわる河津の両岸に渡し場があると解釈する。本題は津幅を測量により求める問題である。

(52)「高岩」は、ここでは最初に登った山よりもより高い岩のこと。

(53) 本題は算題［六］の発展問題で、１つ目の頂から津の南岸と北岸を、２つ目の頂から南岸を測量して、津幅を求める問題である。算題［六］とは、図の向きと、２つの観測点（DとG）が鉛直方向だけでなく南北方向にもずれていることが違いである。**図８－１**参照。

(54) 句の高さをb＝CD＝FG、津の南岸を望んで下股に入った長さをc_1＝CE、津の北岸を望んで下股に入った長さをc_2＝IC、津の南岸を望んで上股に入った長さをc_3＝FHとし、２つの矩の鉛直方向の差をd＝FJ、南北方向の差をe＝CJとする。さらに観測線GA上でEの鉛直線上の点をH'、Cの鉛直線上の点をG'とし、G'C上の点F'

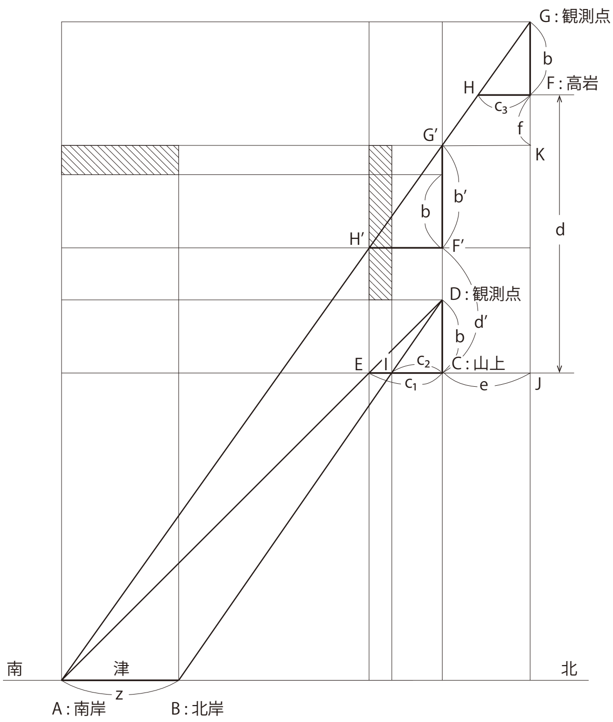


図８－１

をとって直角三角形F'G'H'を作る。b' = G'F'、d' = F'Cとおく。また、山上Cの北にあって、高岩Fの下にある点をJとし、FJ上G'と同じ高さの点をK、f = FKとする。

算題［二］の結果（右図）によって、**図８－１**の斜線で示された２つの長方形の面積は等しい。したがって $(b'-b)z=(b'+d'-b)(c_1-c_2)$ より $z=\frac{(b'+d'-b)(c_1-c_2)}{b'-b}$ である。

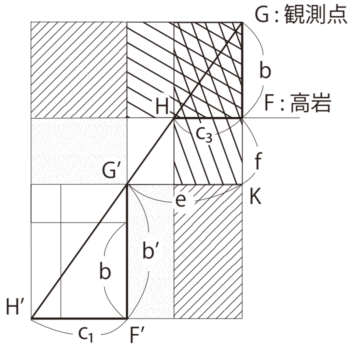


図８－２

図８－２に示すように、GH'を対角線とする長方形とHH'を対角線とする長方形について考えると、$b'c_3=bc_1$がいえる。よって$b'=\frac{bc_1}{c_3}$であるので、zの分母（法）は$\frac{bc_1}{c_3}-b$となる。これが「句高（b）を以て下股（c_1）に乗じ､上股（c_3）の如くして一とす。得る所は句高（b）を以て之より減じ」た「余」である。

また**図８－２**において、GG'を対角線とする長方形について考えると$(b+f)\,c_3=be$がいえる。よって$b+f=\frac{be}{c_3}$であるから、**図８－１**の斜線のついた右側の長方形の高さG'Dは

$$\mathrm{G'D}=b'+d'-b=d-f-b=d-\frac{be}{c_3}$$

である。したがってzの分子（実）は

$$(b'+d'-b)(c_1-c_2)=\left(d-\frac{be}{c_3}\right)(c_1-c_2)$$

となり、これが「北行（e）を置き、句高（b）を以て之に乗じ、上股（c_3）の如くして一とす。得る所は以て上に登る（d）より減じ、余は以て股の裏に入る（c_1-c_2）を乗じて実と為す」である。

具体的な計算は、寸を単位として$b=120$、$c_1=231$、$c_1-c_2=108$、$c_3=220$、$d=51\times60=3060$、$e=22\times60=1320$であるから、

$$\frac{\left(d-\frac{be}{c_3}\right)(c_1-c_2)}{\frac{c_1b}{c_3}-b}=\frac{\left(3060-\frac{1320\times120}{220}\right)\times108}{\frac{231\times120}{220}-120}=\frac{(3060-720)\times108}{126-120}=42120\text{（寸）}$$

となる。18000寸＝300歩＝１里であるから、２里102歩である。

訳：今山に登って津を望む。津は山の南に在る。定規を山上に伏せて、句の高さを１丈２尺にする。句の端から斜めに津の南岸を望むと、下の股の２丈３尺１寸入ったところに見える。また津の北岸を望むと、前に望んだ股の位置から内側に１丈８寸入ったと

ころに見える。さらにより高い岩に登ること、北に22歩退き、上に51歩登り、定規を山上に伏せる。さらに句の端から斜めに津の南岸を望むと、上の股の２丈２尺入ったところに見える。問う、津の幅はどれほどか。

答にいう、２里102歩。

術にいう、句の高さを下股に乗じ、上股で割る。得られたものは句の高さを減じて、残りを法とする。北行を置き、句の高さをこれに乗じ、上股で割る。得られたものは上に登った高さより減じて、残りは股の内側に入る長さを乗じて実とする。実を法で割れば、津の幅が得られる。

［11］淳風等按、此術、置句高乘下股得二百七十七尺二寸。以上股除之、得一丈二尺六寸。以句高一丈二尺減之、餘有六寸、以爲法。又置北行歩、展爲一百三十二尺。以句高乘之得一千五百八十四尺。以上股除之、得七十二尺。又置上登五十一歩、以毎歩六尺通之得三百六尺。以前數減之、餘二百三十四尺。以乘入股裏尺數、得二千五百二十七尺二寸爲實。實如法而一、得四千二百一十二尺。以歩里法除之得二里、餘一百二歩。卽是津廣也。

訓読：淳風等按ずるに、此術、句高を置き下股に乗ずれば二百七十七尺二寸を得。上股を以て之を除せば、一丈二尺六寸を得。句高一丈二尺を以て之より減ずれば、余は六寸有り、以て法と為す。又た北行の歩を置き、展べて(55)一百三十二尺と為す。以て句高を之に乗ずれば一千五百八十四尺を得。上股を以て之を除せば、七十二尺を得。又た上に登るの五十一歩を置き、毎歩六尺を以て之を通ぜば三百六尺を得。前の数を以て之より減ずれば、余は二百三十四尺。以て股の裏に入るの尺数に乗ずれば、二千五百二十七尺二寸を得て実と為す。実、法の如くして一とすれば、四千二百一十二尺を得。歩里の法(56)を以て之を除せば二里を得、余は一百二歩たり。即ち是れ津の広也。

注：(55)「展」はのばす、のびるの意で、ここでは歩法をかけて歩数を尺数に換算すること。

(56)「歩里の法」は「歩」を「里」に換算するときの法（分母）で、1（里）＝300（歩）であるから300のこと。注（46）参照。

訳：淳風等按じますに、この術は、句の高さを置いて下股に乗ずれば277尺２寸を得る。上股をこれより引けば１丈２尺６寸を得る。句の高さ１丈２尺をこれより引けば、残りは６寸になり、これを法とする。また北へ行く歩数を置いて、歩法の数をかけて132尺とする。句の高さをこれに乗じて1584尺を得る。上股でこれを割れば72尺を得る。また上に登る51歩を置いて、１歩６尺によって尺の単位に換算すると306尺を得る。前の数をこれより引くと、残りは234尺。股の内側に入る尺数を乗ずれば2527尺２寸

を得て実とする。実を法で割れば、4212尺を得る。歩里の法でこれを割れば２里を得て、残りは102歩となる。すなわちこれが津の幅である。

[九]今有登山臨邑、邑在山南。偃矩山上、令句高三尺五寸。令句端與邑東南隅及東北隅參相直。從句端遙望東北隅、入下股一丈二尺。又施横句於入股之會、從立句端望西北隅、入横句五尺。望東南隅、入下股一丈八尺。又設重矩於上、令矩間相去四丈。更從立句端望東南隅、入上股一丈七尺五寸。問邑廣長各幾何。
答曰、南北長一里一百步、東西廣一里三十三步少半步。
術曰、以句高乘東南隅入下股、如上股而一。所得減句高、餘爲法。以東北隅下股減東南隅下股、餘以乘矩間爲實。實如法而一、得邑南北長也。求邑廣、以入横句乘矩間爲實。實如法而一、卽得邑東西廣[12]。

訓読：今山に登りて邑を臨む有りて、邑は山の南に在り。矩を山上に偃せ、句高をして三尺五寸たらしむ。句端と邑の東南の隅及び東北の隅の参をして相直たらしむ(57)。句端従り遥に東北の隅を望めば、下股に入ること一丈二尺。又た横句を股に入るの会に施し(58)、立句の端従り西北の隅を望めば、横句に入ること五尺。東南の隅を望めば、下股に入ること一丈八尺。又た重矩を上に設け、矩間をして相去らしむること四丈。更に立句の端従り東南の隅を望めば、上股に入ること一丈七尺五寸。問う、邑の広・長各おの幾何ぞ(59)。

答えに曰う、南北の長一里一百歩、東西の広一里三十三歩少半歩。

術に曰う、句高を以て東南の隅に入るの下股に乗じ、上股の如くして一とす。得る所は句高を減じ、余を法と為す。東北の隅の下股を以て東南の隅の下股より減じ、余は以て矩間に乗じて実と為す。実、法の如くして一とすれば、邑の南北の長を得る也(60)。邑の広を求むるは、横句に入るを以て矩間に乗じ実と為す。実、法の如くして一とすれば、即ち邑の東西の広を得(61)。

注：(57) ここでの「參相直」は、３点を通る面が鉛直面になるようにするということ。同一直線上の意ではない。

(58)「會」は交点の意。「施横句於入股之會」とは、下股と観測線FBとの交点Gにおいて、下股に垂直（かつ水平）に句GHを設置することを指す。下注（59）に定める**図９－１**参照。

(59) 邑の東南隅をA、東北隅をB、西北隅をCとする。邑は長方形ABCDであり、邑

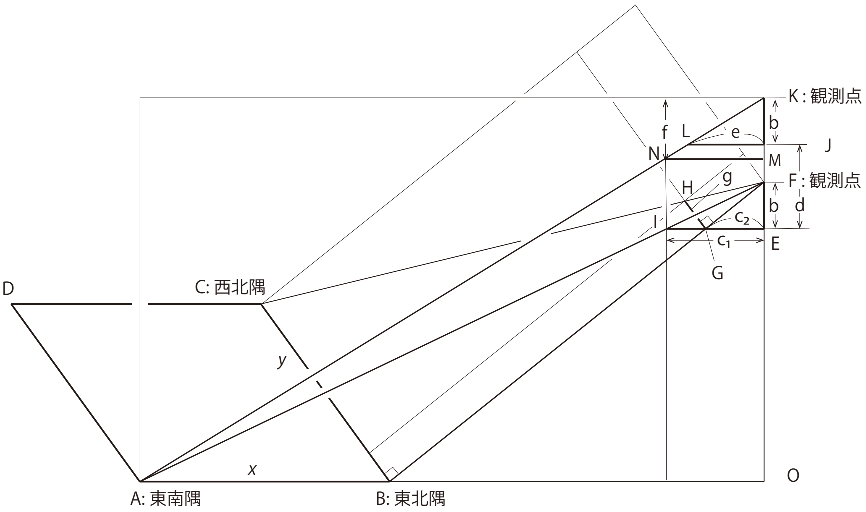


図 9 − 1

の南北の長さx＝ABと東西の広さy＝ACを求める問題である。山上をE、山上の矩端をF、山上の矩の股（下股）と観測線FB、FAとの交点をそれぞれG、Iとし、GにおけるFGの垂線（で水平なもの）と観測線FCとの交点をHとする。さらに上矩の句をJKとし、上矩の股と観測線KAとの交点をLとする。また、線分KE上の点Mと観測線KA上の点NをMN＝EIとなるようにとって直角三角形KNMをつくり、観測点の真下、直線KEと直線ABの交点をOとして直角三角形KAOをつくる。**図 9 − 1** 参照。

（60）本題の邑の南北の長さx＝ABを求める部分は、算題［六］に帰着させて解く。句高EF＝KJをb、観測点Fより東南の隅を望んで下股に入るEIの長さをc_1、同じく東北の隅を望んで下股に入るEGの長さをc_2、矩間EJをd、観測点Kより東南の隅を望んで上股に入るJLの長さをeとおくと、「景差」MKは$\frac{bc_1}{e}$でありこれをfとおく。算題［六］の結果より$\mathrm{AB}=\frac{\mathrm{GI}\times\mathrm{EJ}}{\mathrm{MK}-\mathrm{JK}}=\frac{(c_1-c_2)d}{f-b}=\frac{(c_1-c_2)d}{\frac{bc_1}{e}-b}$となる。具体的な計算は、寸を単位として$b=35$、$c_2=120$、$g=50$、$c_1=180$、$d=400$、$e=175$であるから、

$$\frac{(c_1-c_2)d}{\frac{bc_1}{e}-b}=\frac{(180-120)\times 400}{\frac{35\times 180}{175}-35}=\frac{24000}{36-35}=24000\text{（寸）}$$

となる。18000寸＝300歩＝１里で、60寸＝１歩であるから、１里100歩である。

（61）本題の邑の東西の広さy＝BCを求める部分は、これまでと解法を異にする。**図**

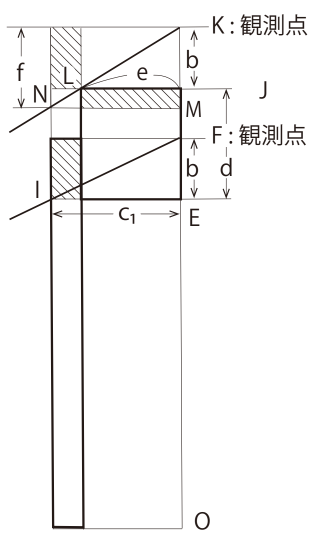


図９－２

９－１において観測線FCを対角線とする長方形を考えるとBC×FG＝GH×FBであるので$y=\frac{\mathrm{FB}}{\mathrm{FG}}\times g$がいえる。この比$\frac{\mathrm{FB}}{\mathrm{FG}}$は三角形FBOと三角形FGEの相似比である。『九章算術』を含めたここまでの算題では、相似な三角形は全て直角三角形であり、比例関係に用いる辺は全て直角に隣接した辺さであった。それゆえに、ユークリッド『原論』第１巻命題43と同様の方法で、比例関係を長方形の面積が等しいという関係で表現できていたのである。本題では相似な直角三角形の、直角に隣接する辺同士だけではなく斜辺同士の関係も用いている。これまでは劉徽が長方形による図形的な説明を好んでいた節が窺えていたが、一般的な相似比を利用した計算も理解していたことが本題によってわかる。

さて相似比$\frac{\mathrm{FB}}{\mathrm{FG}}$であるが、三角形FBOと三角形FGEの相似関係より$\frac{\mathrm{FO}}{\mathrm{FE}}$に等しい。ここで、観測線KAとFAについて算題［四］の結果を利用すると、**図９－２**中の太枠で囲まれた２つの長方形の面積は等しい。したがって$\mathrm{FO}\times(c_1-e)=d\times e$が成り立つ。一方、斜線で示された３つの長方形の面積も等しい（左下＝左上＝右）ので、$\mathrm{FE}\times(c_1-e)=(f-b)\times e$がいえる。**図９－２**中の太枠で囲まれた長方形と斜線で示された長方形は、図の左下と右側のそれぞれで１辺を共有しており、したがってもう１辺の長さの比は面積の比で表すことができる。よって、

$$\frac{\mathrm{FO}}{\mathrm{FE}}=\frac{\mathrm{FO}\times(c_1-e)}{\mathrm{FE}\times(c_1-e)}=\frac{d\times e}{(f-b)\times e}=\frac{d}{f-b}$$

であり、$y=\frac{\mathrm{FB}}{\mathrm{FG}}\times g=\frac{\mathrm{FO}}{\mathrm{FE}}\times g=\frac{dg}{f-b}$となる。この分母$f-b$は南北の長さ$x=\mathrm{AB}$を求めたときと同じである。よって具体的な計算は、$y=\frac{dg}{f-b}=\frac{400\times 50}{1}=20000$（寸）であり、18000寸＝300歩＝１里で、60寸＝１歩であるから、１里$33\frac{1}{3}$歩となる。

訳：今山に登って邑を望むと、邑は山の南に在る。定規を山上に伏せ、句の高さを３尺５寸とする。定規と邑の東南の角および東北の角をそろえる。句端より遥かに東北の角を望むと、下股の１丈２尺入った所に見える。また下股と東北の角への観測線の交点に横矩を置いて、立っている方の句の端より西北の角を望むと、横にした句の５尺入った所に見える。東南の角を望めば、下股１丈８尺入った所に見える。また定規を上に

重ねて設置し、定規の間隔を４丈離す。さらに立てた句の端から東南の角を望むと、上股の１丈７尺５寸入った所に見える。問う、邑の東西の幅と南北の長さはおのおのどれほどか。

答えにいう、南北の長さは１里100歩、東西の幅は１里$33\frac{1}{3}$歩である。

術にいう、句の高さを東南の角の下股に掛け、上股で割る。得られたものは句の高さを引いて、残りは法とする。東北の角の下股を東南の角の下股から引いて、残りは両矩の間隔に掛けて実とする。実を法で割れば邑の南北の長さが得られる。邑の東西の幅を求めるには、横句を定規の間隔に掛けて実とする。実を法で割れば、すなわち邑の東西の幅が得られる。

［12］淳風等按、此術以句高乘東南隅下股、得六千三百寸。又以東南隅上股一百七十五寸除之、得三十六寸。以句高減之、餘有一寸、以爲法。又置東北隅下股、以減東南隅下股、餘有六十寸。以乘矩間、得二萬四千寸、爲實。實如法而一、卽不盈不縮。以寸里法除之、得一里。不盡以寸步法除之、得一百步。卽是邑南北長一里一百步也。求東西廣、步者置入横句之數、以乘矩間、得二萬寸、爲實。實如法而一、卽得不盈不縮。以里法除之、得一里。餘以步法除之、得三十三步。不盡二十與法俱退半之。卽是三分步之一也。

訓読：淳風等按ずるに、此術句高を以て東南の隅の下股に乗ずれば、六千三百寸を得。又た東南の隅の上股一百七十五寸を以て之を除けば、三十六寸を得。句高を以て之より減ずれば、余は一寸有り、以て法と為す。又た東北の隅の下股を置きて、以て東南の隅の下股より減ずれば、余は六十寸有り。以て矩間に乗じ、二万四千寸を得、実と為す。実、法の如くして一とすれば、即ち不盈不縮(62)。寸里の法(63)を以て之を除せば、一里を得。尽きざるは寸歩の法(64)を以て之を除せば、一百歩を得。即ち是れ邑の南北の長一里一百歩也。東西の広を求むるは、歩は横句に入るの数を置きて、以て矩間に乗ずれば、二万寸を得、実と為す。実、法の如くして一とすれば、即ち不盈不縮を得。里法を以て之を除けば、一里を得。余は歩法を以て之を除けば、三十三歩を得。尽きざる二十と法とは倶に之を退け半にす。即ち是れ三分歩の一也。

注：(62)「不盈不縮」は大きくもなく小さくもない数の意。「そのものの数」と訳す。

(63)「寸里の法」は「里法」ともいい、寸を里に換算するときの法（分母）で18000のこと。注（46）参照。

(64)「寸歩の法」は「歩法」ともいい、寸を歩に換算するときの法（分母）で60のこと。注（46）参照。

訳：淳風等按じますに、この術は、句の高さを東南の角の下股に掛けると、6300寸が得ら

れる。また東南の角の上股175寸でこれを割れば、36寸を得る。句の高さをこれより引けば、残りは１寸であり、これを法とする。また東北の角の下股を置いて、東南の角の下股より引けば、残りは60寸である。これに定規の間隔を掛けると、24000寸が得られて、これを実とする。実を法で割ると、ただちに（邑の南北の長さ）そのものの数である。寸里の法18000で割れば、１里が得られる。割りきれない余りは寸歩の法60で割り、100歩が得られる。これが邑の南北の長さが１里100歩ということである。東西の幅を求めるには、歩は横句に入る数を置いて、これを定規の間隔に掛ければ、20000寸が得られ、実とする。実を法で割ると、ただちに（邑の東西の広さ）そのものの数が得られる。里法18000でこれを割れば、１里が得られる。余りは歩法60で割れば、33歩が得られる。割りきれない20と法60は共に位を下げてさらに半分にする。すなわちこれが$\frac{1}{3}$である。

参考文献

１）李継閔『《九章算術》校証』（1993年９月）

２）郭書春『匯校九章算術』（2004年８月）

３）郭書春･劉鈍『算経十書』（遼寧教育出版社、1998年12月）、（九章出版社、2001年４月）

４）川原秀城「劉徽註九章算術」（『中国天文学・数学集』所収、1980年11月）

５）白尚恕『《九章算術》注釈』（1983年12月）

６）沈康身『九章算術導読』（1997年２月）

７）李継閔『《九章算術》及其劉徽注研究』（1992年８月）

８）李継閔『《九章算術》導読与訳注』（1998年９月）

９）李籍『九章算術音義』（文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収）

10）「九章算術補註」（李儼『中算史論叢』（三）、1935年12月）

11）楊輝『詳解九章算法』（宜稼堂叢書本）

12）李潢『九章算術細草図説』（嘉慶庚辰（25年）語鴻堂刊本）

13）清水達雄『九章算術』１ ～ 15（「数学セミナー」1975年２月号～ 1976年４月号）

14）張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』（朋友書店、2006年10月）

15）Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C.『The Nine Chapters on the Mathematical Art : Companion and Commentary』（Oxford Univ. Press, 1999）

16）大川俊隆『九章算術』訳注稿（1）大阪産業大学論集　人文･社会科学編２号（2008年２月）

17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 3 号(2008年 6 月)
18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun『Les neuf chapîtres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第 4 四半期)
19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 4 号(2008年10月)
20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 5 号(2009年 2 月)
21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (5) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 6 号 (2009年 6 月)
22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (6) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 7 号 (2009年10月)
23) 銭宝琮点校『九章算術点校』(北京中華書局刊『算経十書』所収、1963年10月)
24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (7)　大阪産業大学論集　人文・社会科学編 8 号 (2010年 2 月)
25) 汪莱撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (8)　大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号 (2010年 6 月)
27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書—『数』と『算術』」 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号 (2010年 6 月)
28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (9)　大阪産業大学論集　人文・社会科学編10号 (2010年10月)
30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (10)　大阪産業大学論集　人文・社会科学編11号 (2011年 2 月)
31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (11)　大阪産業大学論集　人文・社会科学編12号 (2011年 6 月)
32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (12)　大阪産業大学論集　人文・社会科学編13号 (2011年10月)
33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院蔵秦簡 (貳)』(上海辞書出版社、2011年12月)
34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿 (13)　大阪産業大学論集　人文・社会科学編14号 (2012年 2 月)
35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿 (14)　大阪産業大学論集　人文・社会科学編15号 (2012年10月)
36) 大川俊隆　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (1) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編16

号（2012年10月）
37）田村誠　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（2）大阪産業大学論集　人文・社会科学編17号（2013年２月）
38）馬場理恵子、吉村昌之　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（3）大阪産業大学論集　人文・社会科学編18号（2013年６月）
39）角谷常子　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（4）大阪産業大学論集　人文・社会科学編19号（2013年10月）
40）小寺裕、張替俊夫　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（5）大阪産業大学論集　人文・社会科学編20号（2014年２月）
41）武田時昌　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（6）大阪産業大学論集　人文・社会科学編21号（2014年６月）
42）小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿（15）　大阪産業大学論集　人文・社会科学編22号（2014年10月）
43）郭書春『九章算術新校』（中国科学技術大学出版社、2013年12月）
44）武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿（16）大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号（2015年２月）
45）大川俊隆『九章算術』訳注稿（17）大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号（2015年２月）
46）呉朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相関研究』（江蘇人民出版社、2014年５月）
47）大川俊隆『九章算術』訳注稿（18）大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号（2015年６月）
48）角谷常子『九章算術』訳注稿（19）大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号（2015年６月）
49）角谷常子『九章算術』訳注稿（20）大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号（2015年10月）
50）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（21）大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号（2015年10月）
51）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（22）大阪産業大学論集　人文・社会科学編26号（2016年２月）
52）吉村昌之『九章算術』訳注稿（23）大阪産業大学論集　人文・社会科学編27号（2016年６月）
53）吉村昌之『九章算術』訳注稿（24）大阪産業大学論集　人文・社会科学編28号（2016年

10月）
54）中国古算書研究会編『岳麓書院蔵秦簡『数』訳注－秦漢出土古算書訳注叢書（２）－』（朋友書店、2016年11月）
55）張替俊夫『九章算術』訳注稿（25）大阪産業大学論集　人文・社会科学編29号（2017年２月）
56）張替俊夫『九章算術』訳注稿（26）大阪産業大学論集　人文・社会科学編30号（2017年６月）
57）田村誠『九章算術』訳注稿（27）大阪産業大学論集　人文・社会科学編30号（2017年６月）
58）田村誠『九章算術』訳注稿（28）大阪産業大学論集　人文・社会科学編31号（2017年10月）
59）大川俊隆『九章算術』訳注稿（29）大阪産業大学論集　人文・社会科学編31号（2017年10月）
60）大川俊隆、田村誠『九章算術』訳注稿（30）大阪産業大学論集　人文・社会科学編32号（2018年２月）
61）田村誠『九章算術』訳注稿（31）大阪産業大学論集　人文・社会科学編33号（2018年６月）
62）Swetz, Frank J.『The Sea Island Mathematical Manual : Surveying and Mathematics in Ancient China』（Penn State Univ. Press, 1992）
63）張替俊夫『海島算経』訳注稿（1）大阪産業大学論集　人文・社会科学編34号（2018年10月）